

Université Ibn Khaldoun Tiaret
 Faculté des Sciences de la Matière
 Département de Physique
 Première Année Master PM
 Corrigé de l'examen final du module Statistiques Appliquées
 Durée 1H 30 min 12/05/2024

Exercice 1 (4 points)

soit $\phi(a, b) = (y - ax - b)^2$ On doit résoudre le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial a}(a, b) = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial b}(a, b) = 0 \end{cases}$$

On a

$$\begin{aligned} \phi(a, b) &= \overline{y^2 + a^2x^2 + b^2 - 2axy - 2by + 2abx} \\ &= \overline{y^2} + \overline{a^2x^2} + \overline{b^2} - 2\overline{axy} - 2\overline{by} + 2\overline{abx} \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial a}(a, b) = 2a\overline{x^2} - 2\overline{xy} + 2b\overline{x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial b}(a, b) = 2b - 2\overline{y} + 2a\overline{x} \end{cases}$$

Ce qui donne le système

$$\begin{cases} a\overline{x^2} - \overline{xy} + b\overline{x} = 0 \\ b - \overline{y} + a\overline{x} = 0 \end{cases}$$

La deuxième équation nous donne

$$b = \overline{y} - a\overline{x}$$

On remplace dans la première équation on obtient

$$a\overline{x^2} - \overline{xy} + (\overline{y} - a\overline{x})\overline{x} = 0$$

Ce qui donne

$$a(\overline{x^2} - \overline{x^2}) = \overline{xy} - \overline{xy}$$

D'où

$$a = \frac{\text{cov}(x, y)}{v(x)}$$

Exercice 2 (8 points)

(1) (2pts)

x_i	y_j	1	2	3	4	n_i
2		2	3	4	3	12
2.5		7	2	6	3	18
3		5	5	6	4	20
	n_j	14	10	16	10	50

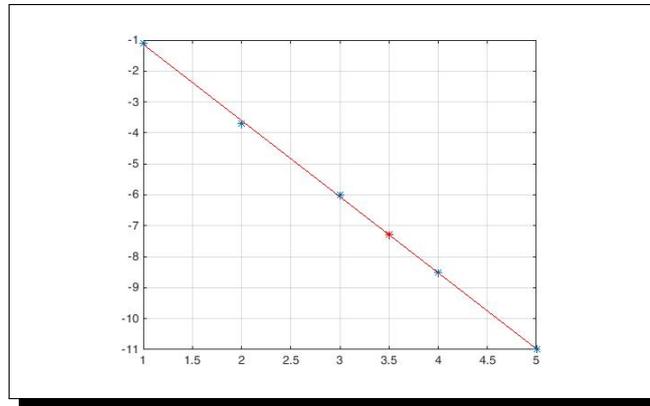
- (2) (2pts) $\bar{x} = 2.5800$, $\overline{x^2} = 6.8100$, $v(x) = 0.1536$ et $\sigma(x) = 0.3919$.
- (3) (2pts) $\bar{y} = 2.4400$, $\overline{y^2} = 7.1600$, $v(y) = 1.2064$ et $\sigma(y) = 1.0984$.
- (4) (2pts) $\overline{xy} = 6.2700$, $\text{cov}(x, y) = -0.0252$ et $r(x, y) = -0.0585$.

Exercice 3 (8 points)

On considère la série statistique double (x_i, y_i) donnée par le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5
y_i	-1.1	-3.7	-6	-8.5	-11

- (1) Représentation graphique du nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ (1pts) .



- (2) $\bar{x} = 3$, $\overline{x^2} = 11$, $v(x) = 2$ et $\sigma(x) = 1.4142$. (1.5pts)
- (3) $\bar{y} = -6.0600$, $\overline{y^2} = 48.8300$, $v(y) = 12.1064$ et $\sigma(y) = 3.4794$. (1.5pts)
- (4) $\overline{xy} = -23.1000$, $\text{cov}(x, y) = -4.9200$ et $r(x, y) = -0.9999$. (1.5pts)
- (5) l'équation de la droite de régression linéaire est $y = ax + b$ tel que $a = -2.4600$ et $b = 1.3200$. (1.5pts)
- (6) Pour $x = 3.5$ on a $y = -7.2900$. (1pts)